MATEMATICARLOS
COM O PROFESSOR CARLOS EDUARDO MORAES PIRES

CONJUNTOS

SUMÁRIO

1 – OS CONJUNTOS

1.1 - CONJUNTO

- É um grupo ou coleção de coisas.
Ex: Vários alunos reunidos em um só lugar forma um conjunto de Alunos.
Várias revistas reunidas num só lugar formam um conjunto de revistas.

- É importante saber que só é conjunto se houver delimitação de espaço.

- Logo, 3 elementos soltos não são um conjunto, mas uma coleção.

- Mas se eu coloco esses 3 elementos em um diagrama, ou dentro de chaves, ou dentro de qualquer símbolo, aí será um conjunto.

- Para dar nome a um conjunto, usamos letras maiúsculas.
Ex: Conjunto A, Conjunto B, Conjunto K, Conjunto X...

- Os objetos dentro de um conjunto recebem o nome de **ELEMENTOS.**

- Logo, num conjunto há elementos, a menos que esteja vazio.

1.2 – REPRESENTAÇÃO DE UM CONJUNTO

- Representa-se um conjunto de quatro formas:

I - EXTENSÃO ou FORMA ELEMENTAR

$$A = \{ 0,1,2,3,4\}$$

- A forma elementar ou extensão simplesmente cita os elementos que pertencem ao conjunto.

-É feita colocando entre chaves os elementos separados por vírgulas.

- Há casos em que é necessário separar elementos com ponto e vírgula.
Ex: O conjunto dos decimais : 1,2, 2,4, 3,6, 7,8, 154,14, 3.141,11.
Quantos elementos temos acima ? Percebeu o quanto é complicado distinguir os elementos ? As vírgulas dos decimais são confundidas com as vírgulas de separação.

- Por isso, em casos como decimais, costuma-se separar os elementos não com vírgulas, mas com ponto e vírgulas :
A = { 1,2; 2,4; 3,6; 7,8; 154,14; 3.141,11 }.
Não ficou mais fácil ?

- Não coloque “e “ para finalizar a citação. Ao colocar qualquer letra, você estará dizendo que ela é um elemento. Ex: { 0,1,2 **e** 3}.

- Citar os elementos em outra ordem não altera um conjunto, pois a ordem seqüencial não altera: { 7 , 5 , 6 , 1 , 4 , 2 , 0 , 3 , 9 , 8 }.

- Citar elementos repetidos também não altera o conjunto :
{ 0 , 0 , 1 , 1 , 2 , 2 , 3 , 4 , 4 , 4 , 5 , 5 , 5 , 5 , 0 , 1... }

II – COMPREENSÃO ou FORMA ABSTRATA

$$A = \{ X \in \mathrm{IN} / X < 5 \}.$$

- É bastante flexível para ser montada.

- Dá idéia de como são os seus elementos, mencionando deles as suas propriedades (ou prejudicados) que se definem o referido conjunto.

- A vantagem desta forma é que ganha tempo, visto que não precisaria citar elemento por elemento.
Observe : **A = { x é par / 1 < x < 11 }**
Aqui diz que X é um elemento genérico do conjunto.

"**x é par**" - é feita uma prévia de que tipo de elemento estamos nos propondo a descrever
"**1 < x < 11**" – Podemos dar uma ou várias propriedades que venham a determinar os elementos :

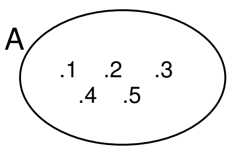
$$A = \{ x \in IN / 2 \leq x \leq 10 \}$$
$$A = \{ x \in IR / \sqrt{4} \leq x \leq \sqrt{100} \}$$

Entretanto é bom evitar complicar a forma abstrata. Afinal, esta forma serve para facilitar a compreensão e não complicar ainda mais.

III – DIAGRAMA DE VENN

- Os diagrama de Venn são ótimos visualizadores de um ou vários conjuntos.

- São muito usados para operação entre conjuntos (veremos mais adiante)
Exemplo :
Dado o conjunto A = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 }, represente-o pelo diagrama de Venn:



- Na verdade, pegamos os elementos e colocamos dentro de um "círculo".

- Veremos mais sobre Venn e sua história em "Diagrama de Venn"

IV – REPRESENTAÇÃO NUM EIXO

- É claro que só poderão ser representados no eixo os elementos que forem números.

- É importante que se respeite as relações de grandeza.
Ex:
Representar o conjunto B= { 6 , 7 , 2 , 5 , 8 } na reta numérica.

```
 -1  0   1   2   3   4   5   6   7   8   9  10
----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----
             2               5   6   7   8
```

1.3 - ELEMENTOS

É o que se tem nos conjuntos.

- Pode ser letras, números, etc. No nosso caso, serão números, pois o conjunto em estudo é numérico.

- Para dar nome aos elementos, usamos letras minúsculas.
Ex: Elemento **a**, Elemento **c**, Elemento **x**...

- Conforme o número de elementos, ele recebe nomes diferentes: Vazio, Unitário...

1.4 - SUBCONJUNTO

- É um conjunto menor dentro de outro conjunto maior.

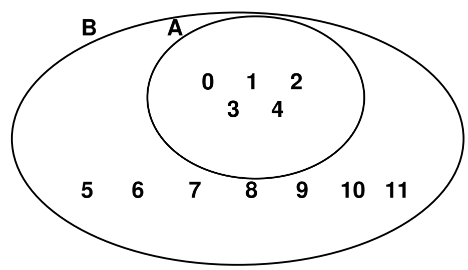
- A relação entre conjuntos e subconjuntos é representada com os sinais $\subset$, $\not\subset$ ou $\supset$

- Dizemos que um Subconjunto A está contido no Conjunto B : $A \subset B$ ou $B \supset A$.

- A = { 0,1,2,3,4 } e B = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 }. Logo, $A \subset B$.

- Observe que todo elemento de A é também elemento de B. Logo, $A \subset B$.

- No diagrama temos o subconjunto dentro do conjunto:



1.5 - CONJUNTOS COM ELEMENTOS QUE SÃO CONJUNTOS.

- A relação entre elementos e conjuntos são representados com o sinal $\in$.

- Entre Subconjuntos e Conjuntos são representados pelo sinal $\subset$.

- Entretanto, quando um conjunto for um elemento, o sinal de relação entre eles será $\in$ e não $\subset$. - O conjunto M = { {a} , {b} , {c} , {d} , {a,b,c} }.

- Logo, {a} $\in$ { {a} , {b} , {c} , {d} , {a,b,c} }, e não {a} $\subset$ { {a} , {b} , {c} , {d} , {a,b,c}}

1.6 - CONJUNTO–SOLUÇÃO

- É o conjunto da resposta.

-Toda a resposta entre operações será um conjunto Solução :S= { a, b , c , d , e }.

1.7 - CONJUNTO DAS PARTES DE UM CONJUNTO

- É representado por P(X), sendo x= nome do elemento.

- Lê-se : “P de x” ou “P de A”... ou “P de qualquer nome que tenha o elemento.

- Serão todos os Subconjuntos possíveis de um conjunto.

- Determinar P(A) é o mesmo que determinar todos os subconjuntos que podemos ter em um Conjunto A.
Explicação

- Você já parou para pensar em quantos subconjuntos pode ter um conjunto ?

Exemplo : Conjunto A = { a,b }. Quantos subconjuntos você pode ter ?
Veja : {a} , { b} , { a,b } podem ser subconjuntos de A. (é só fazer trocas possíveis).

- Fazendo tentativas conseguimos formar 3 subconjuntos.

- Mas não podemos esquecer que o Conjunto Vazio pode ser Subconjunto de qualquer outro conjunto.

- Logo, invês de 3, teremos 4 : {a} , { b} , { a,b } , $\varnothing$.

- Existe uma fórmula para saber isso : 2*n* (Dois elevado a N).

- *n* será o expoente que você vai elevar o 2.

- O expoente (*n*) será a quantidade de elementos que o conjunto tem.

- No caso A = { a,b }, temos 2 elementos. Então, $n = 2$
Joga na fórmula:2*n=22* (dois elevado ao quadrado)=4
No Conjunto A você poderá ter 4 subconjuntos, como vimos acima.
Outro exemplo : B = { m,n,p }. Temos três elementos, então, $n = 3$.
Joga na fórmula: 2*n = 23* (dois ao cubo) = 2x2x2 = 8
Teremos 8 subconjuntos no conjunto B = { m,n,p }
Será ? Verifiquemos :
{ m } , { n } , { p } , { m,n } , { m,p] , { n,p } , { m,n,p } , $\varnothing$.
8 mesmo ! Certíssimo !

2 – TIPOS DE CONJUNTOS CONFORME A QUANTIDADE DE ELEMENTOS

2.1 - CONJUNTO VAZIO

- Não possui nenhum elemento.

- Representa-se com chaves vazia { } ou com uma bola com um traço no meio: ∅

- Nunca coloque ∅ dentro das chaves: {∅}. Você estaria dizendo que há um elemento dentro do conjunto. Para dizer que o elemento está vazio, ou deixe as chaves vazia, ou escreva ∅ , mas nunca dentro das chaves.

- O conjunto Vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.

- Qualquer conjunto tem como subconjunto o Conjunto Vazio.

- Logo, ∅ ⊂ { qualquer conjunto }.

2.2 - CONJUNTO UNITÁRIO

- Quando possui apenas um elemento.

- Ex: { 1 } , { -2 } , { 557 } , { x } , { xy } ...

- Analise essa questão : Seja o Conjunto do preço de uma mercadoria : $ 2,22. Quantos elementos tem nesse conjunto ? Resposta : 1 elemento. Que elemento ? R: o 2.

- Não interessa quantas vezes um elemento se repita, ele será contado como um elemento apenas. Isso porque nos conjuntos, não se coloca em um só conjunto, o mesmo elemento repetido. Se ele já está, não precisa escrever de novo.

- Usa-se confundir Conjunto Unitário com Elemento. lembre-se : O conjunto unitário estará sempre dentro das chaves. O elemento não.

Ex: 1 = elemento um. 2 = elemento dois. X = elemento xis.
{ 1 } = Conjunto unitário com elemento 1.
{ x } = Conjunto unitário com elemento xis.

2.3 - CONJUNTO UNIVERSO

- É aquele que tem todos os elementos que se deseja trabalhar.

- É representado geralmente pela letra U.

3 – NOMES DE CONJUNTOS CONFORME OS TIPOS DE NÚMEROS

- Vamos estudar Conjuntos Numéricos, que é o mesmo que Conjuntos de números.

- Conforme o tipo de números, ele recebe nomes diferentes :

Naturais, Inteiros, Racionais ou Fracionários, Irracionais e Reais.

3.1 - NATURAIS (IN)

São números a partir de zero, até o infinito.
Ex:
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15...

- Tem começo. Não tem fim.

- Você sabia que para representar um conjunto como infinito usa-se reticências ?

- Se você não usar reticências (...), você erra a questão, porque limita o conjunto.
{ 0,1,2,3,4,5,6...} = Conjunto natural. { 0,1,2,3,4,5,6} = conjunto qualquer.

- Mas as reticências só representam infinito quando ela está no final dos elementos.

- Se tiver outro elemento depois dela, não significa infinito, porque termina no último elemento antes das chaves : {1,2,3,4,5,6,7,8,9...50}.

- Com as reticências eu quero dizer que continua do 9 até chegar no 50. Logo, não é infinito, porque esse conjunto tem fim. O seu final é 50.

- O menor número Natural é Zero (0).

- Não existe o maior número natural (é infinito).

- Seu símbolo é IN.

- Todo número do Conjunto Natural será SEMPRE positivo.

- Não precisa apresentar os números naturais com o sinal de + na frente (+1,+2,+3)

- Pode escrever sem o sinal, que já sabe que um número sem o sinal “- “ é positivo.

- Não é necessário escrever IN+. Se escrever só IN, já sabe que é positivo.

- Não existe IN- , porque não tem Naturais negativo.

- N* é um subconjunto de N, que siginifica todos os números de N, menos o Zero.
(N* (Asterisco) = Números Naturais sem o Zero)
Antes de você estudar o conjunto dos números inteiros, gostaria que você fosse até as folhas “SIMETRIA” e “VALOR ABSOLUTO ou MÓDULO DE UM NÚMERO”.

3.2 - INTEIROS (Z)

- São os números Naturais mais os seus simétricos.
(Você se lembra o que é simetria ? São algarismos iguais com valores diferentes. É só inverter os seus sinais. Ex : O simétrico de 5 é -5. De -4 é 4. De -2 é 2. De 0 é 0 mesmo)

- Números Inteiros são os Naturais mais os seus negativos.
- Ex: ... -9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9...

- Você pode estar estranhando por que os números negativos estão em ordem decrescente. Veja em A RETA NUMÉRICA.

- O conjunto dos números Inteiros não tem começo e nem fim.

- Reticências tanto para a esquerda quanto para a direita. Se não colocar , erra.

- Não existe menor número Inteiro, por ser infinito.

- Não existe o maior número Inteiro (é infinito).

- Seu símbolo é (Z).

- O conjunto Z tem subconjuntos :
Z * , Z- , Z+ , Z*- , Z*+ .
Z* = Números Inteiros sem o Zero. {... -2,-1,1,2,...}
Z-= Números Inteiros não positovos (inclui o Zero)
{...-4,-3,-2,-1,0}
Z+= Números Inteiros não negativos (inclui o Zero).
{0,1,2,3,4,5...}
Z*-= Números Inteiros só negativos sem o Zero.
{...-3,-2,-1}
Z*+ = Números Inteiros só positivos sem o Zero.
{1,2,3,4,5...}

- Analise : Z é infinito para a direita e para a esquerda. Já Z+ é infinito só para a direita, e Z- para a esquerda. Z+ = IN (naturais).

3.3 - RACIONAIS (Q)

São todos os números Inteiros, mais as frações ou decimais.

- Ex: ... -9,-8,**-15/2**,-7,-6,**-16/3**,-5,-4,-3,-2,-1,0,**1/2**,2,3,4,**14/3**,5,6,7,8,9...

- Repare que além dos inteiros, foram acrescidas algumas frações.

- Por isso os Racionais são também conhecidos como números **Fracionários**

- Mas porque a fração 14/3 está entre o 4 e o 5 ? No deveria estar depois do 14?

- Para saber esta resposta, veja em FRAÇÕES e DECIMAIS, e RETA NUMÉRICA.

- O conjunto dos números racionais não tem começo nem fim.

- Seu símbolo é (Q).

- O conjunto Q tem subconjuntos :
Q* = Números Racionais sem o Zero
Q+ = Números Racionais não negativos ou positivos incluindo o Zero.
Q- = Números Racionais não positivos ou negativos incluindo o Zero.
Q*+ = Números Racionais positivos sem o zero.
Q*- = Números Racionais negativos sem o zero.

- Quem são os números Racionais :
1) Todo número Natural.
2) Todo número Inteiro.
3) Todo número fracionário (toda fração)
4) Todo decimal exato.
5) Todo decimal periódico.

- Mas você não precisa decorar isso. Basta compreender o seguinte :
1) Todo o número que puder ser escrito em forma de fração, é um número Racional ou Fracionário. Exemplo: O número Natural 2 pode ser escrito em forma de fração : 2/1 = 2.
O Inteiro também : -5 = -5/1.
A fração já está escrita em forma de fração (lógico).
O número decimal exato é resultado de uma fração : 2/4 = 0,5. Logo, 0,5 pode ser escrito em forma de fração : 0,5 = 2/4.
Você sabe transformar um número decimal numa fração ? Veja em GERATRIZ DE UMA FRAÇÃO.

Da mesma forma um decimal periódico também pode ser representado em forma de fração, porque ele é o resultado de uma fração. 3/9 = 0,333... = 3/9.

-Numa prova, viu que é fração, não tem erro, é um número Racional (Fracionário)

3.4 - IRRACIONAIS
São todos os números que não podem ser escritos em forma de fração.

- São decimais que não tem fim (infinitas), e que não são periódicas. (Veja Dízimas)
Ex: 0,14576435654... 0,4986452... 2,4656798345... 102,654323421...

- Um irracional terá sempre reticências, porque ele tem que ser infinito.

- Se não for infinito, não é irracional. É um decimal exato, sendo então Racional.

- Observe que se você tentar me responder um número irracional, você não vai conseguir. Porque ele é infinito e não se repete. No caso das dízimas periódicas, elas também são infinitas, mas você consegue me responder, porque sabe que os números se repetirão sempre. Podemos dizer que ele é <u>irracional</u>, porque você não consegue <u>raciocinar</u>.

- A representação dele pode ser seu próprio nome " Irracional " , " I " ou " Ir ", dependendo do autor.

- Há autores que expressam os Irracionais como Q'. Que seria números Reais menos os Racionais, que só sobraria os Irracionais mesmo.
Q' = Conjuntos Reais excluindo os Racionais (Q) = Irracionais.

- Mas não é só em decimais que um número irracional aparece. Ele pode aparecer "disfarçado" em raiz quadrada, cúbica, etc. Veja :
$\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ ...

- Assim como uma fração vira decimal exato ou periódico, uma raiz quadrada não exata vira um decimal irracional.

- Isso não vale para raízes exatas. Raízes exatas não são irracionais. São Racionais.

- Raízes exatas são raízes cujo resultado não dá decimal. Dá número Inteiro.

- Para saber, é só você resolver cada Raiz.

- Você sabe resolver uma raiz quadrada ? veja em RAÍZES, ou pegue uma calculadora, aperte a tecla do número que você quer, e depois aperte a tecla √.
Veja : Raiz Exata $\sqrt{9} = \underline{9}$ / 9 é um número Racional.
Raiz não Exata $\sqrt{3}$ = 1,7320508...

- O número Irracional mais famoso é o π (pi), que vale 3,141592...

- Em resumo, Irracionais são todos os números que não podem colocar em forma de fração. Serão decimais infinitos e não periódicos, mas às vezes aparecem em raízes não exatas.

3.5 - REAIS -
São todos os números existentes

- Qualquer número racional, irracional, Natural e inteiros são números reais.

-Apenas os números que não existem não pertencem ao conjunto dos números Reais

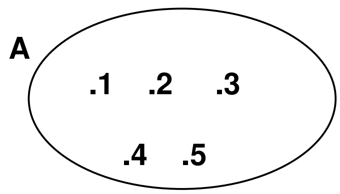
- Não é um número Real as Raízes quadrada, quarta, sexta... de um número negativo. Exemplos : $\sqrt{-4}$, $\sqrt{-8}$...

<u>*** Curiosidades:**</u> O adjetivo "real" começou a ser usado para distinguir esses números de números como $\sqrt{-1}$, que era antigamente encarados como ïrreais" ou ïmaginários".

4 – DIAGRAMA DE VENN

- Os diagrama de Venn são ótimos visualizadores de um ou vários conjuntos.

- São muito usados para operação entre conjuntos (veremos mais adiante)
Exemplo :
Dado o conjunto A = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 }, represente-o pelo diagrama de Venn:



- Na verdade, pegamos os elementos e colocamos dentro de um “círculo”.

Contando uma história...

A HISTÓRIA DE JOHN VENN

Nasceu no dia 4 de agosto de 1834 em Hull, Inglaterra, e morreu no dia 4 de abril de 1923 em Cambridge, Inglaterra.

Veio de uma Igreja de fundo Evangélico e quando ele entrou em Gonville e na Faculdade de Caius Cambridge em 1853 ele teve um leve contato com livros de qualquer tipo e pode ser dito que lá tinha começado o seu conhecimento de literatura.

Ele se formou em 1857, e dois anos depois foi ordenado um padre.

Em 1862 ele voltou a Universidade de Cambridge como um conferencista em Ciência Moral, estudando e ensinando lógica e teoria da probabilidade. Ele desenvolveu a lógica matemática de Boole e é melhor conhecido pelo seu diagrama de representar conjuntos e as sua uniões e interseções.

Venn considerou três discos R, S, e T como subconjuntos típicos de um conjunto U. As interseções destes discos e seus complementos dividem U em 8 regiões não justapostas, das quais a união dá 256 combinações de Boolean diferentes do conjunto original R, S, T.

Ele escreveu a Lógica de Chance em 1866, que Keynes descreveu como: "notavelmente original e consideravelmente influenciou o desenvolvimento da teoria de estatísticas".

Venn publicou Lógica Simbólica em 1881 e Os Princípios da Lógica Empírica em 1889. O segundo destes é menos original, mas o primeiro foi descrito por Keynes como provavelmente o seu trabalho mais duradouro em lógica.

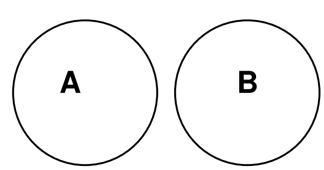
Em 1883 Venn foi eleito um membro da Sociedade Real. A partir daí, carreira dele mudou de direção. Ele já tinha deixado a Igreja em 1870 mas o interesse dele virou agora a história. Ele escreveu uma história da sua faculdade, publicando The Biographical History of Gonville and Caius College 1349-1897 em 1897.

Ele empreendeu a imensa tarefa de compilar uma história da Universidade de Cambridge. O primeiro volume foi publicado em 1922. Ele foi ajudado pelo seu filho nesta tarefa que foi descrita por outro historiador nesses termos:
"É difícil para qualquer um que não viu o trabalho em sua fabricação perceber a imensa quantia de pesquisa envolvida neste grande empreendimento."

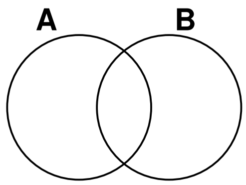
Venn teve também outras habilidades e interesses, inclusive uma habilidade rara de construir máquinas. Ele usou a sua habilidade para construir uma máquina para bolas de cricket que era tão boa que quando o time australiano de cricket visitou Cambridge em 1909, a máquina de Venn foi utilizada por uma de suas principais estrelas quatro vezes.

4.2 – LEITURA DE DIAGRAMAS DE VENN

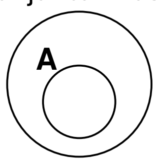
Os conjuntos de A e B não possuem elementos comum :



Os conjuntos de A e B possuem elementos comum :



O conjunto B está contido no conjunto A



5 – OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

- A relação entre os conjuntos e números são expressas com sinais peculiares.

$\varnothing, \cup , \cap , \cap , =, > , < , = , \in , \notin$ ...

(veja em "os sinais").

- Outra forma de representar operação entre conjunto muito usada é através de diagramas de Venn.
- Veremos mais à frente em "Diagramas de Venn" sua história.

5.1 - UNIÃO DE CONJUNTOS

- É a soma dos conjuntos.

- Também chamado de Reunião de conjuntos.

- Representa-se União com o símbolo $\cup$.

- É unir os elementos que estão em grupos diferentes, fazendo um só conjunto com todos os elementos.

Ex: Dois irmãos colecionam gibis da Mônica. Numa caixa estão as revistas do irmão mais velho, e na outra caixa estão os gibis do irmão mais novo.

Chamemos de CONJUNTOS as caixas onde os irmãos guardam as revistas.

Temos então dois conjuntos : O conjunto de revistas do irmão mais velho (V) e o conjunto de revistas do irmão mais novo (N).

O irmão mais novo não tem a coleção completa.Só tem os números 1,2,3,6,7,8 e 9.

O irmão mais velho também não tem a coleção completa. Ele tem os exemplares 1,2,4,5,6,7,10,11 e 12.

Logo : Conjunto V = { 1,2,3,6,7,8,9 } e N = { 1,2,4,5,6,7,10,11,12 }.

Os dois irmãos chegam ao acordo (já que nenhum dos dois tem a coleção completa), e resolvem unir suas coleções. Assim, pegaram uma terceira caixa, para fazer uma só coleção. Logo, teríamos $V \cup N$ = { 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 }. Completou a coleção.

Resumindo : União de Conjuntos, é formar um teceiro conjunto com elementos do primeiro mais os elementos do terceiro.

- Os elementos repetidos não devem ser mencionados no Conjunto União.

Ex: Observe que na caixa do irmão mais velho tinham 7 revistas. Na caixa do irmão mais novo tinham 9 revistas. Na terceira caixa deveria ter 7 + 9 = 16 revistas. Entretanto foram encontrados apenas 12 revistas. O que aconteceu ?

Aconteceu que os exemplares 1,2,6 e 7 eram repetidos, e não havia necessidade de colocá-los na terceira caixa, porque já tinha. Assim, conclui-se que : Na união de conjuntos, os números repetidos contam apenas uma vez, não sendo necessário sua repetição:

A = { 0,1,2,3 }   B = { 2,3,4,5 }

$A \cup B = \{ 0,1,2,\underline{2},3,\underline{3},4,5 \} = \{ 0,1,2,3,4,5 \}$.

- Como descobrir a quantidade de elementos numa União de Conjuntos ?

Fórmula :

$$n (A \cup B) = n (A) + n (B) - n (A \cap B).$$

Obs: n = número de elementos.

Exemplo : Sendo $n(A) = 10$, $n(A \cap B) = 3$ e $n(A \cup B) = 12$, calcular o número de elementos de B.

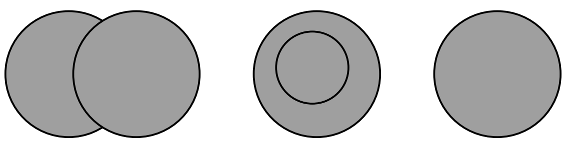
Jogar na fórmula :

$$n (A \cup B) = n (A) + n (B) - n (A \cap B)$$
$$12 = 10 + n (B) - 3$$
$$12 - 10 + 3 = n (B)$$
$$5 = n (B).$$

Resposta : 5 elementos.

- A união pode ser entre dois ou mais conjuntos.

- Representando a União de dois Conjuntos no DIAGRAMA de Venn:



- É só pintar tudo.

5.2 - INTERSEÇÃO DE CONJUNTOS

- São os elementos comum entre os conjuntos.

- Quando dois conjuntos tem elementos semelhantes, dizemos que os semelhantes são a interseção entre eles.

- Interseção de conjuntos serão os elementos que está tanto em um, quanto no outro.

Exemplo : Lembra das quatro revistas repetidas que não foram colocadas na caixa das revistas no irmão mais novo e o irmão mais velho no exemplo anterior ? Essas quatro revistas que sobraram seriam colocadas em que caixa ? Na caixa de revistas do irmão mais novo, ou na caixa do irmão mais velho ? Nenhuma das duas. Seria necessário uma quarta caixa : A caixa das revistas repetidas. A essa caixa chamaremos de Interseção de conjuntos.

Lembre: O Conjunto V citado anteriormente {1,2,3,6,7,8,9} e N={1,2,4,5,6,7,10,11,12}.

Observe que os números 1,2,6 e 7 aparecem tanto no primeiro conjunto, quanto no segundo conjunto. Por isso dizemos que a Interseção dos conjuntos A e B = 1,2,6,7.

- A representação da interseção é “ $\cap$ “ .
- A = { 0,1,2,3 }, B = { 1,2,3,4} . Determine $A \cap B$: $A \cap B$ = { 1,2,3 }.

- Quando não houver elementos em comum (repetidos), é porque não houve interseção. Logo, o conjunto ficará vazio, porque não teve elementos repetidos:

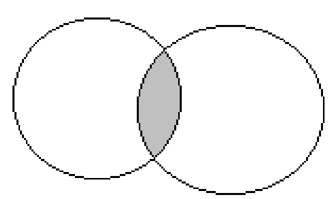
- A = { 0,1,2,3 } , B = { 4,5,6,7 }. Determine $A \cap B$: $A \cap B$ = { } ou $\varnothing$.

- Quando não há interseção entre dois conjuntos, dizemos que eles são DISJUNTOS

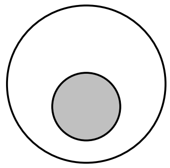
- Lembre-se : Ou use { } ou use $\varnothing$. Nunca use { $\varnothing$ }. Para dizer que o conjunto está vazio, você deve deixar o espaço entre as chaves vazio

- Pode haver interseção entre dois ou mais conjuntos.

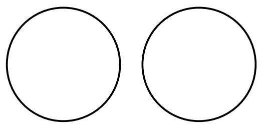
- Representando no diagrama de Venn a Interseção :



$A \cap B$ = área rabiscada



A ∩ B = área pintada



A ∩ B = { } ou ∅

- É só pintar as partes que estão tanto em A quanto em B.

5.3 - DIFERENÇA DE CONJUNTOS

- É todo elemento que tem no primeiro conjunto, que não tem no segundo.
- É representado com o sinal de subtração "– ".
- A – B = Diferença entre A e B.
- Não é a diferença entre B e A. Não confundir. Exemplo :
- A = { 0,1,2,3 } , B = { 2,3,4,5,6 }.

Determine A – B :

A-B = { 0,1 }

Exemplo: A – B = A menos B.

Ou seja, A tirando o que está em B.

Macete:

A = 0 , 1 , 2 , 3.

B = 2 , 3 , 4 , 5 , 6.

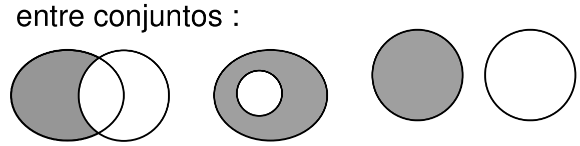
– Coloque um sobre o outro.

- Olhe para o B. Risque os números repetidos entre o B e o A. Neste caso serão dois: 2 e 3.

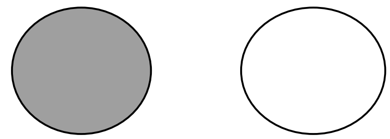
- Observe que o A era { 0,1,2,3 }. Mas você tirou os elementos de A que tinha em B (A-B), e só ficou com 0,1. Logo, A-B = { 0,1 }.

- (A – B) é tirar de A os elementos de Interseção entre A e B.

- Representando no diagrama a Diferença entre conjuntos :



- É só pintar o A, e não pintar o B.



5.4 - COMPLEMENTAR DE UM CONJUNTO.

–É a mesma coisa que diferença entre conjuntos, apenas invertendo a ordem deles : Se era A-B, o complementar será B-A

-Observe que você vai ouvir dizer mais sobre Complementar do que Diferença.

-A representação é :

$$c_A B$$

(Complementar de B em relação a A)

- Observe que as letras poderão mudar de acordo com o nome do conjunto.
- A letra que estiver em cima ou na frente, será COMPLEMENTAR DE...
- A letra que estiver em baixo será EM RELAÇÃO A...
- Outra forma de representar o Complementar de algum conjunto, é só colocar o nome do conjunto (ex: B), e colocar um traço sobre ele : $\overline{B}$ (complementar de B).
- Para resolver, é só substituir por : A - B.

Macete : Observe que na representação

$$c_A B$$

A primeira letra é A e a segunda B.
- Assim estabelecemos um macete :
- Se primeiro é A e depois B, logo : A - B.

-Complementar de B em relação a A, é o que falta para complementar (completar) B, que está no conjunto A.

6 – RETA NUMÉRICA

6.1.1 - Reta Numérica natural.

- Trace uma reta :
- Dê um nome a esta reta (letra minúscula)
- Marque um ponto nela, que será o ponto origem :
- Dê um nome a esse ponto de origem : Ponto A.
- Coloque uma régua em cima desta reta.
- Coloque o zero da régua em cima do Ponto A.
- A partir dai, marque 1 ponto em cima de cada centímetro até chegar no 15 cm.
- Tire a régua.

- Os números de 0 em diante pertence a que conjunto numérico ? Naturais.
- Podemos dizer que esta reta numérica é uma RETA NUMÉRICA NATURAL.
- Lembre-se que a distância de um ponto para o outro deve ser a mesma.
- Nós deixamos um espaço de 1 cm, mas o espaço pode ser qualquer um, contando que sejam sempre congruentes.
- Embora tenha que ter o mesmo espaço entre um e outro, ninguém vai ficar medindo os espaços. Por isso será normal você daqui para frente fazer e ver retas numeradas com distâncias não exatas entre um número e outro.
- Observe que o número começa no Zero, e vai aumentando para o infinito : 0,1,2...

6.1.2.a - Reta Numérica Z.

- Pegue a reta que você já numerou, e faça o mesmo processo, só que desta vez para o lado esquerda (o contrário).

- Os números naturais mais os seus simétricos(opostos) pertecem ao conjunto numérico Inteiro.
- Observe que o primeiro inteiro é infinito (nao tem começo).
- Mas nesta reta,o 1º representado é o -11.
- A reta vai crescendo : -11,-10,-9,-8,-7,-6...
- Percebeu que quanto mais o número cresce, menor fica o número absoluto ?
- Veremos este estudo agora.

6.1.2.b - Qual é o maior número ?

- Para saber qual o número é maior, veja a posição de ambos na Reta Numérica.
- O número que estiver à direita será maior (já que é crescente para a direita).
- Assim, quanto mais o número estiver à direita, maior será ele.

- Veja que entre o 2 e o 10, o 2 está a esquerda e o 10 à direita. Logo o 10 é maior.
- No caso dos nº naturais não é muito difícil.
- Sem precisar ver na Reta Numérica, você já sabe que $10 > 2$ (10 é maior que 2).
- Já quantos aos Números Inteiros Negativos é mais complicado :
- Qual número é maior ? -2 ou -10 ?

Obs: agora o resultado não será -10.
- Isso porque na Reta Numérica o -10 está à esquerda e o -2 está a direita.
- Logo, o maior número será aquele que estiver à direita na Reta Numérica.
- Jeito Mais Fácil : Para saber qual número é maior, é só ver :
- Dois Números Positivos : Maior Valor Absoluto.
- Dois Números Negativos : Menor Valor Absoluto.
- Um Número Positivo e um Número Negativo : O número positivo.

Exemplo para entender melhor :
- Suponhamos que seu pai queira te dar uma caderneta de poupança.
- Ele tem 3 contas, e manda você escolher uma.
- Você pede para olhar os saldos de cada uma para ver qual conta tem mais valor.
- A primeira : 142,00 A segunda : -613,50 A terceira : -974,11
- Qual você escolhe ? Acredito que você tenha escolhido o 142,00. Por quê ?

- Se fosse escolher por valor absoluto (ignorando o sinal), você escolheria o -974,11, que é maior que 142,00 e -613,50.
- Entretanto você levou em consideração o sinal (-). E você sabe que quanto maior for número com sinal negativo, maior será a sua dívida, e menos valor tem a conta.

- Assim, quanto maior for o número negativo, menor será o seu valor.

6.1.3.a - Reta Numérica Q.

- É importante saber que entre os principais números que vimos até agora (os inteiros) , existem números que não são inteiros. São parte de um inteiro.
- Exemplo : Tinha 1 Real inteiro em uma nota. Queria dividir em 4, tive que trocar por 4 moedas de 0,25. Cada moeda vale 1/4 do real.
- Sendo 1/4 um número que não é inteiro, mas uma fração, em que posição deveria ele estar colocado na reta numérica ?
- Muitos colocariam 1/4 depois do 1 e antes do 4. Mas está errado.
- Para saber em que posição ele deve estar, você deve transformá-lo em decimal (ou seja, deve resolver essa divisão, já que 1/4 é a mesma coisa que 1:4 = 0,25.
- Tendo o número 0,25, já podemos colocá-lo na reta. Logo, ele será maior que 0 e menor que 1. Na reta, estará entre o 0 e 1.
- Você pode não estar vendo, mas entre um número e outro há infinitos números racionais e irracionais.

- Se pedirem para representar uma fração na reta numérica, você não deve representar com uma decimal.
- Resumindo : Ache o decimal da fração para saber onde colocá-la na reta.

6.1.3.b - Qual é a maior fração ?
- A maior fração será aquela que estiver à esquerda na reta numérica.
- Mas para não ter que imaginar a reta, a maior fração será o maior decimal.

Ex : Qual é maior ? 9/12 ou 7/8 ? Parece que 9/12 é maior que 7/8. Mas não é.
- Numeradores iguais e denominadores diferentes, maior fração será o de menor denominador (denominador é a quantidade que se divide . Quanto mais você divide, menor fica a fração).
- Numeradores diferentes e denominadores iguais, maior fração será a de numerador maior.

- Mas você não precisa decorar isso. Basta você resolver a fração, e com o resultado (que será um decimal ou número inteiro) você verá qual é maior.
Exemplo : 9/12 = 0,75 7/8 = 0,875. Logo, 0,875 é maior que 0,75.
- Logo, maior fração será a maior decimal que a fração resultar.

6.1.4 - Reta Numérica Ir

- Os irracionais na maioria das vezes aparecerão em decimais.
- Pelos decimais você saberá onde ele deve ficar na reta numérica.
Exemplo : π = 3,141592... Ele ficará na reta depois do 3, antes do 4.
- Mas os Irracionais podem aparecer em raízes : $\sqrt{3}$.
- Neste caso, onde colocar essa raiz na reta ? Isso mesmo. É só resolver e achar o decimal que ela representa : $\sqrt{3}$ = 1,7320508... Logo, fica depois do 1 e antes do 2.

6.1.5 - Reta Numérica R

- Daqui para frente você não vai ouvir falar de reta numérica dos números naturais, inteiros, racionais ou irracionais (a não ser em casos raríssimos).
- Será mais comum você ver Reta numérica dos números Reais, que englobam todos os números.

- Logo, na reta numérica dos números Reais estão todos os números que existem.
- Ainda que seja representado na Reta Numérica apenas os números que interessarem no momento, você não pode esquecer que antes, entre e depois de qualquer número representado nessa Reta existem infinitos números escondidos, que não convém representá-lo naquele momento.

7 - SINAIS

A é igual a B .... $A = B$
A é diferente a B .... $A \neq B$
a pertence a A .... $a \in A$
a não pertence a A .... $a \notin A$
A está contido em B .... $A \subset B$
A não está contido em B .... $A \not\subset B$
A contém B .... $A \supset B$
Conjunto Vazio .... $\varnothing$ ou { }.
Conjunto Universo .... $\cup$
A união B .... $A \cup B$
A interseção B .... $A \cap B$
A menos B .... A - B
A maior que B .... $A > B$
A menor que B .... $A < B$
A maior ou igual a B ....$A \geq$
A menor ou igual a B ....$A \leq B$
Conjunto dos números Naturais .. IN
Conjunto dos números Inteiros .. . Z
Conjunto dos números Racionais.. Q
Conjunto dos números Reais .... IR

EXERCÍCIOS

1 - Qual é a diferença entre coleção e conjunto ?

a) O conjunto é delimitado por espaço.
b) Não há diferença entre eles.
c) A coleção é delimitada por espaço.
d) O conjunto tem números.
e) N.R.A.

2 - Para dar nome a um conjunto, usamos:

a) Nomes de pessoas quaisquer
b) Nomes de matemáticos
c) Letras maiúsculas
d) Letras minúsculas
e) N.R.A

3 - Dentro de conjuntos, estão letras, números, etc. que recebem o nome de:

a) Numerais
b) Alfabeto
c) Conjunto Menor
d) Elementos
e) N.R.A

4 - Um conjunto pode ser representado de várias formas a saber:

a) uma forma
b) duas formas
c) três formas
d) quatro formas
e) N.R.A

5- A forma que cita os elementos que pertencem a um conjunto, colocando-os dentro de chaves é :

a) Abstrata
b) Extensão
c) Diagrama de Venn
d) Compreensão
e) N.R.A

6- A forma que cita os elementos que pertencem a um conjunto, colocando-os dentro de chaves é :

a) Elementar
b) Compreensão
c) Abstrata
d) Diagrama de Venn
e) N.R.A

7 - Seja Z*, a sua representação na forma elementar é:

a) A = { ... -3,-2,-1,0,1,2,3,4...}
b) B = { -1,0,1}
c) C = { }
d) D = $\varnothing$
e) N.R.A

8 - Sejam dois conjuntos : A = {0,1,2,3,4,5,6,7,9} e B = {0,7,2,1,4,3,5,6,9}, é correto afirmar que:

a) Não há nenhuma relação entre eles.
b) São dois conjuntos que pertencem a IN
c) A = B
d) A + B
e) N.R.A

9 - O conjunto A = {0,1,2,3,4} está representado na forma :

a) elementar
b) abstrata
c) diagrama de Venn
d) Num eixo
e) N.R.A

10 - Usa-se representar um conjunto na forma elementar com ponto-e-vírgula quando:

a) Os elementos são letras
b) Os elementos são decimais
c) Os elementos são desenhos
d) os elementos são frações
e) N.R.A

11 - Segundo a afirmação: "A ordem dos elementos não altera o conjunto", é incorreto afirmar que:

a) A afirmação é verdadeira
b) A afirmação é falsa
c) Num conjunto não-vazio há elementos
d) Não importa a ordem dos elementos.
e) A afirmação procede

12 - Forma Abstrata é o mesmo que:

a) Compreensão
b) Elementar
c) Extensa
d) Diagrama de Venn
e) N.R.A

13 - A forma elementar é uma forma de se representar conjuntos, também conhecida como:

a) Diagrama de Venn
b) Abstrata
c) Extensão
d) Compreensão
e) N.R.A

14 - A = { X $\in$ IN / X < 5 } é uma representação de conjunto A, na forma:

a) Elementar
b) Extensa
c) Diagrama de Venn
d) Abstrata
e) N.R.A

15 - Não é correto afirmar que:

a) A = { 0,1,2,3,} é igual a B = {0,1,0,2,0,3,0}
b) c = {0,1,2,3,4,5...} $\in$ IN
c) A = { 0,1,2,3,4} é igual a B = {4,3,2,1}
d) W = (...-2,-1,0,1,2,3...} $\in \mathbb{Z}$
e) N.R.A

16 - Seja A = { x $\in$ IN / 11 < x < 15 }:
a) A = { 12,13,14}
b) A = { 11,12,13,14,15}
c) A = { 12...13...14...15}
d) B = { 12,13,14}
e) N.R.A

17 - Na forma elementar, usa-se separar os elementos segundo a forma demonstrada:

a) A = { 0 - 1 - 2 - 3 - 4 }
b) B = { 0 / 1 / 2 / 3 / 4 }
c) C = { 0 , 1 , 2 , 3 e 4 }
d) D = (0 , 1 , 2 , 3 , 4 }
e) N.R.A

18 - O ponto-e-vírgula é usado na forma de extensão quando os elementos são decimais porque:

a) Fica mais estético
b) Não confunde com a vírgula do decimal
c) diferencia da forma abstrata
d) diferencia da forma de Venn
e) N.R.A

19 - Seja, W = {0,1,2,3,4,5}, é correto afirmar que:

a) W é o conjunto dos números Naturais.
b) W é o conjunto nos números primos
c) W $\in$ IR / W 0 < x < 5.
d) W $\in$ IR / W -1< x < 6.
e) N.R.A

20 - A soma do dobro de x com a sua metade, sabendo que x $\in$ Q, e que x é o primeiro elemento de IN, é:

a) zero
b) dois
c) três
d) menos um
e) N.R.A

21 - Seja A $\in$ IN, pode-se negar que:

a) A não é negativo.
b) A é positivo mais o zero
c) A contém o zero.
d) A $\in$ Z
e) N.R.A

01 - Sendo A = { 0,1,2,3}, B = { 0,2,3,5}, C = { x / x é número par menor que 10 } e D = { x / x é número ímpar compreendido entre 4 e 10}, determine :

a) A $\cup$ B

b) A $\cup$ C

c) A $\cup$ D

d) B $\cup$ C

e) B $\cup$ D

f) C $\cup$ D.

02 - Sendo A = { 0,1,2,3,4 }, B = { 0,1,2 }, C = { x / x é par menor que 10 } e D = { x / x é ímpar compreendido entre 0 e 6 }, determine :

a) A $\cap$ B

b) A $\cap$ C

c) A $\cap$ D

d) B $\cap$ C

e) (A $\cap$ B) $\cap$ C

f) (A $\cap$ C) $\cap$ D.

MATEMATICARLOS
COM O PROFESSOR CARLOS EDUARDO MORAES PIRES

PIRES, Carlos Eduardo Moraes. MATEMATICARLOS – Conjuntos Numéricos. : Espírito Santo, 2005.

matematicarlos@yahoo.com.br
www.matematicarlos.com.br