MATEMATICARLOS

COM O PROFESSOR CARLOS EDUARDO MORAES PIRES

FRAÇÃO

1 – DEFINIÇÃO

–fração é a representação de uma parte do todo.
-É uma expressão da divisão

2 – NUMERADOR / DENOMINADOR

-A parte de cima é chamada de numerador, e a parte de baixo é chamada de denominador.

3 – VALOR DE UMA FRAÇÃO

Ao dividir uma fração encontramos um número decimal ou um número inteiro.
Ex: 4/2 = 2 (número inteiro)
1/2 = 0,5 (número decimal)
Assim para transformar uma fração em número decimal ou natural, basta dividir o numerador pelo denominador.

4 – LEITURA DE FRAÇÕES

-Lê-se o numerador como cardinal: um, dois, três...

Já o denominador deverá ser lido como mostra os exemplos abaixo:
2 → meio
3 → terço
4 → quarto
5 → quinto
6 → sexto
7 → sétimo
8 → oitavo
9 → nono
10 → décimo
Do 11 em diante você lê na forma cardinal + avos
11 → onze avos
12 → doze avos
13 → treze avos
14 → quatorze avos

Observe: a exceção vai para o 100 e o 1000.
Neste caso, devemos ler como ordinal.
100 → centésimo
1000 → milésimo

5 – FRAÇÃO DECIMAL / FRAÇÃO ORDINÁRIA

FRAÇÃO DECIMAL:
-É aquela cujo denominador é potência de 10.
-Não podemos dizer que são múltiplos de 10, pois o 20 não vale.
-Assim, será a fração que tiver como denominador o número 10, 100, 1000, 10.000...

Exemplos:
1/10 - 1/100 - 1/1000.

ORDINÁRIA:
-São as fração que não são decimais.
-Assim, será ordinária qualquer fração que não tiver denominador 10, 100, 1000...

6 – FRAÇÕES PRÓPRIA / IMPRÓPRIA / APARENTE

PRÓPRIA:
-A fração será própria quando o numerador for menor que o denominador (Numerador < Denominador)
Ex:
2/4 (o numerador 2 é menor que o denominador 4)

IMPRÓPRIA:
-Quando o numerador for maior que o denominador (Numerador > Denominador)
Ex:
4/2 (o numerador 4 é maior que o denominador 2)

APARENTE:
-É um caso especial de fração imprópria.
-O Numerador é um múltiplo do Denominador, resultando sempre num inteiro.
Ex. 8/4 é aparente, pois 8 é múltiplo de 4.
12/6 é aparente, pois 12 é múltiplo de 6.
Observe que as frações aparentes sempre resultarão em um número inteiro, ou seja, sem vírgula.

7 – COMPARANDO FRAÇÕES

-Para comparar uma fração é necessário dividir o numerador pelo denominador, transformando-o em números decimais.
Ex: Que fração é maior: 4/2 ou 8/8 ?

-Divido 4 por 2, tenho 2. Logo, a fração 4/2 vale 2.

-Divido 8 por 8, tenho 1. Logo, a fração 8/8 vale 1.

-Se a fração 4/2 vale 2 e a fração 8/8 vale 1, então, a fração 4/2 é maior que 8/8.

-Podemos representar com os sinais > (maior) ou < (menor).

-Então, 4/2 > 8/8 ou 8/8 < 4/2.

8 – FRAÇÕES EQUIVALENTES

-São frações que tem o mesmo valor.
Ex. 1/2 vale 0,5 e 2/4 vale 0,5 também. As duas frações são equivalentes, pois tem o mesmo valor.

-Para obter uma fração equivalente, basta multiplicar o denominador e o numerador por um mesmo número qualquer.
Ex.
O valor da fração 6/2 é 3. Para achar outra fração que dê 3, basta multiplicar o numerador e denominador por um mesmo número.

Vou escolher o 4.

$$\frac{6^{\ x4}}{2^{\ x4}} = \frac{24}{8}$$

Assim, criei uma fração equivalente a 6/2, que é a fração 24/8, que também dá 3, pois 24 dividido por 8 dá 3.

-Isso funciona, também, com a divisão:

$$\frac{6^{\ :2}}{2^{\ :2}} = \frac{3}{1}$$

Ao dividir o numerador e o denominador por 2, obtivemos a fração equivalente 3/1.

Assim, se temos uma fração, podemos multiplicar ou dividir por um mesmo número que o valor não muda.

Isso não acontece com a adição e subtração.

9 – SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES

-Para simplificar uma fração, devemos dividir o numerador e denominador por um número que seja divisor dos dois (processo semelhante ao feito anteriormente)

Ex: A fração 12/18 ode ser simplificada. Observe que tanto o 12 quanto o 18 podem ser divididos naturalmente (sem sobrar resto) por 2.
Assim,

$$\frac{12^{\ :2}}{18^{\ :2}} = \frac{6}{9}$$

Assim, simplificando 12/18, temos a fração (que é equivalente) 6/9.

A fração 6/9, por sua vez, pode ser simplificada novamente.

O 6 pode ser divido por 2. Mas o 9 não pode. Então, tentamos dividir pelo próximo número primo, que é o 3.

O 6 pode ser dividido por 3. O 9 também pode. Então, dividimos o numerador e o denominador por 3.

$$\frac{6^{\ :3}}{9^{\ :3}} = \frac{2}{3}$$

A simplificação da fração 6/9 é a fração 2/3.

Observe que o 2 e o 3 não tem divisor em comum para continuar a simplificação. Paramos por aqui.

Assim, simplificar frações é dividir o numerador e denominador por um mesmo número que seja divisor dos dois. Isso será feito até chegar a uma fração que não poderá ser mais dividida por nenhum divisor comum aos dois.

10 – FRAÇÃO IRREDUTÍVEL

- Vimos no exemplo anterior que ao simplificar uma fração, chegaremos a uma fração que não poderá mais ser simplificada.

- A fração que não pode mais ser simplificada é chamada de fração irredutível.

-Assim, fração irredutível e aquela que não pode mais ser reduzida, ou seja, simplificada.

-Ex: A fração irredutível de 12/18 é 2/3.

11 – REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DE UMA NÚMERO NATURAL

–Número natural é aquele que não tem vírgula e não é negativo (0,1,2,3,4,5,6,7,8...)

-Todo número natural pode ser representado por uma fração de denominador 1, sem perder o seu valor.

-Isso porque todo número dividido por 1 será ele mesmo.

Ex: 2 pode virar 2/1; 4pode virar 4/1.

12 – FRAÇÃO INVERSA

-Para achar a fração inversa, basta trocar o numerador com o denominador.

-Assim, a inversa da fração 2/5 é 5/2; a inversa da fração 2/7 é 7/2.

-Ao multiplicar uma fração por sua inversa, teremos sempre o resultado 1.

Ex. 4/3 x 3/4 = 12/12 = 1
1/3 X 3/1 = 3/3 = 1
4/6 x 6/4 = 24/24 = 1

13 – ADIÇÃO DE FRAÇÕES

-Antes de somar duas ou mais frações, devemos ver se os denominadores são iguais.

-Se os denominadores forem iguais, repetimos esse denominador e somamos os numeradores.
Ex.

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$

-Se os denominadores forem diferentes, devemos tirar o MMC (menor múltiplo comum).
Ex.

$$\frac{2}{4}+\frac{1}{8}=$$

Qual é o MMC entre 4 e 8?

$$\begin{array}{c|c} 4\ ,\ 8 & 2 \\ 2\ ,\ 4 & 2 \\ 1\ ,\ 2 & 2 \\ 1\ ,\ 1 & \end{array}$$

O MMC será a multiplicação dos números à direita. Neste caso, 2 x 2 x 2, que dá 8.

Como o MMC entre os denominadores 4 e 8 é 8, então, o denominador da resposta será 8.

$$\frac{2}{4}+\frac{1}{8}=\frac{}{8}$$

Vamos, agora, definir os dois numeradores.

Primeiro o da 1ª fração:
a) Divide o MMC 8 com o denominador (que é 4) dessa fração: 8 : 4 = 2.
b) Pega essa resposta (2) e multiplica pelo numerador (que é 2) da mesma fração: 2 x 2 = 4
c) Pronto! Esse é o primeiro numerador.

Agora, vamos definir o numerador da 2ª fração:
Divide o MMC pelo denominador e multiplica pelo numerador da 2ª fração: 8 : 8 =1. 1x1=1.
Logo, temos:

$\frac{2}{4}+\frac{1}{8}=\frac{4+1}{8}$. Como 4 + 1 = 5, então, temos $\frac{5}{8}$ como resposta.

Em resumo,
ADIÇÃO COM DENOMINADORES IGUAIS
-Repete o denominador e soma os numeradores.

COM DENOMINADORES DIFERENTES
-Tira o MMC, divide pelo denominador e multiplica pelo numerador de cada fração e depois soma.

14 – SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

Para subtrair frações, o procedimento é semelhante ao da adição, com uma diferença: subtrai os dois valores ao invés de somar.
EX:

$$\frac{2}{4}-\frac{1}{8}=\frac{4-1}{8}=\frac{3}{8}$$

OBS: Se os denominadores forem iguais, repete o denominador e SUBTRAI os numeradores.

ATENÇÃO:
Tanto a adição quanto a subtração de denominadores iguais pode ser resolvido com a técnica do MMC também. Entretanto, entendemos que repetir o denominador e somar ou subtrair os numeradores é um processo mais rápido.

15 – MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES

-Na multiplicação não há a necessidade de tirar MMC.

-Tanto nas frações com denominadores iguais quanto nas frações com denominadores diferentes, o método será o mesmo: multiplica numerador com numerador e denominador com denominador.
EX.

$$\frac{2}{4}x\frac{3}{4}=\frac{6}{16}$$

$$\frac{2}{4}x\frac{1}{5}=\frac{2}{20}$$

16 – DIVISÃO DE FRAÇÕES

-Para dividir duas frações usaremos um artifício que é trocar a divisão por uma multiplicação, ou seja, fazer a divisão virar uma multiplicação.

-Para isso,basta inverter a 2ª fração.
EX:

$$\frac{2}{4}:\frac{3}{4}=$$

$$\frac{2}{4}x\frac{4}{3}=$$

Observe que a 2ª fração foi invertida, ou seja, o numerador virou o denominador e vice-versa.

Assim feito, basta, agora, multiplicar as frações:

$$\frac{2}{4}x\frac{4}{3}=\frac{8}{12}$$

ATENÇÃO:
Você pode multiplicar cruzado e fazer direto, se preferir.

$$\frac{2}{4}x\frac{3}{4}=\frac{\text{numerador 1 x denominador 2}}{\text{denominador 1 x numerador 2}}=\frac{8}{12}$$

Perceba que a resposta é a mesma.

17 - A/B DE CERTA QUANTIDADE...

-É muito comum se deparar com exercícios para calcular a/b de uma certa quantidade.
EX:
Quanto é 2/5 de 100 reais?
Quanto é 1/3 de 60km ?

-Para calcular conta como essas, devemos nos lembrar que fração é uma parte de um todo, ou seja, eu divido algo e pego alguma parte.

-O denominador indica em quantas partes eu dividi, enquanto o numerador indica quantas partes eu peguei.

-Assim, 2/5 de 100 reais é o mesmo que dividir 100 reais em 5 partes (porque é o denominador), que dá 20 reais cada parte. Como o numerador é 2, eu peguei partes. Se cada parte é 20 reais, logo, 2 partes dará 40 reais.

Assim, 2/5 de 100 reais é 40 reais.

-Da mesma forma, 1/3 de 60 km é o mesmo que pegar os 60 km e dividir por 3 e multiplicar por 1. Assim, 60 dividido por 3 dá 20. 20 vezes 1 dá 20. Logo, 1/3 de 60km dá 20 km.

ATENÇÃO:
Se preferir, você pode fazer direto com 2 técnicas:

1ª técnica:
Divide o valor pelo denominador e multiplica com o numerador.

2/5 de 100 = 100 dividido por 5 vezes 2.

2ª técnica:
Multiplica os numeradores e divide pelo denominador;

2/5 de 100 = 2 vezes 100 dividido por 5.

Observe que o resultado é o mesmo.

18 – DENOMINADOR DIFERENTE DE ZERO

-O denominador é o divisor de uma divisão. Assim, 2/5 é o mesmo que 2 : 5.

-Vimos na apostila das 4 operações que não podemos dividir nenhum número por zero. Assim, não pode ter nenhum denominador zero.

-Logo, não existe 4/0 ; 2/0 ; 8/0.

Lembre-se: O ZERO NUNCA PODERÁ FICAR NO DENOMINADOR.

19 – FRAÇÃO PARA NÚMERO DECIMAL

-Podemos transformar uma fração em número decimal. Basta pegar o numerador e dividir pelo denominador.
EX:
2/5 = 2 dividido por 5, que dá 0,4.

20 – POTENCIAÇÃO DE FRAÇÃO

-Lembre-se que potenciação é uma multiplicação de fatores iguais.

-Assim, $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} \, x \, \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

Observe que você repetiu a fração 2 vezes, porque o expoente é 2. Se o expoente fosse 3, repetiria 3 vezes.

Como você já aprendeu a multiplicação, então, basta multiplicar todos os de cima e depois multiplicar todos os denominadores.

-Caso o expoente seja negativo, é só inverter a fração na resposta.
EX:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{2}{5} \, x \, \frac{2}{5} = \frac{4}{25} \quad \rightarrow \quad \frac{25}{4}$$

-Mas se o sinal negativo estiver na base, você deverá usar as regras de sinal:

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = -\frac{2}{5} \, x \, -\frac{2}{5} = +\frac{4}{25}$$

Observe que menos vezes menos dá mais.

Claro que se o expoente for par, a resposta será positiva. Se o expoente for ímpar, a resposta será igual à base.

-Para explicação mais detalhada, ler a apostila de potenciação.

21 – DECIMAL PARA FRAÇÃO

-Podemos, também, voltar um número decimal para a fração.

-Esse processo se chama "achar a GERATRIZ" de um número decimal.

-Para transformar um número decimal em fração, faça o seguinte:

a) Conte quantas casas temos à direita da vírgula.

Se tiver 1 casa, seu denominador será 10 (porque só tem 1 zero).

Se tiver 2 casas, seu denominador será 100 (porque tem 2 zeros)

Se tiver 3 casas, seu denominador será 1000 e assim sucessivamente.

b) Apague a vírgula e coloque o número que ficou sem a vírgula no numerador.
EX:

0,4 – Como temos 1 casa à direita da vírgula, o denominador será 10. Apagando a vírgula, fica 04, que é o mesmo que 4.
Assim, a geratriz de 0,4 é 4/10.

Da mesma forma, a geratriz de 0,15 é 15/100 e de 0,006 é 6/1000.

22 – NÚMEROS MISTOS

–São números inteiros "misturados" com frações.
EX:

$$2\frac{3}{5}$$

-Lê-se: "dois inteiros e três quintos"

-Se você quiser transformar número misto em fração, poderá usar uma das técnicas a seguir:

TÉCNICA I:
-Multiplique a parte inteira pelo denominador e depois some com o numerador. Essa resposta será o numerador e o denominador serão mesmo do número misto.
EX:

$$2\frac{3}{5} \rightarrow 2\ x\ 5 + 3 = 13$$

Achei 13, então o número mito $2\frac{3}{5}$ vira a fração $\frac{13}{5}$

TÉCNICA II:

-Transforme o número inteiro em fração com numerador igual ao denominador.
EX.
$2\frac{3}{5}$ temos 2 inteiros. Logo, trocaremos dói inteiros por 2 frações de $\frac{5}{5}$.
Isso por que 5/5 dá 1. Se temos 2 frações 5/5, temos dois 1, que dá 2 inteiros.

Fica assim:

$$2\frac{3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{3}{5}$$

Observe que a fração 3/5 permaneceu.

Após trocar o número inteiro pela(s) fração(ões), some tudo.

Outro exemplo:

$$3\frac{1}{4} \rightarrow \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

-Para transformar uma fração imprópria (numerador maior que o denominador) em número misto, basta dividir o numerador pelo denominador. O resto será o numerador e o quociente será o número inteiro.
EX: $\frac{13}{4} \rightarrow 13 : 4 = 3$ e sobra 1. A sobra é o numerador,então fica $3\frac{1}{4}$.

EXERCÍCIOS

1. A fração representa qual das operações fundamentais da matemática ?

2. Na fração 2/4, qual é o:

a) numerador

b) denominador

3. Escreva por extenso as frações abaixo:

a) $\frac{1}{2}$ -

b) $\frac{2}{3}$ -

c) $\frac{1}{6}$ -

d) $\frac{1}{10}$ -

e) $\frac{6}{11}$ -

f) $\frac{5}{12}$ -

g) $\frac{4}{20}$ -

h) $\frac{6}{100}$ -

i) $\frac{3}{101}$ -

j) $\frac{50}{200}$ -

l) $\frac{2}{1000}$ -

4. Represente como fração.

a) 30 minutos da hora

b) 750 ml do litro

c) 6 alunos entre 10

5. Determine o valor da fração:

a) $\frac{34}{5}$ =

b) $\frac{12}{5}$ =

c) $\frac{14}{5}$ =

d) $\frac{3}{9}$ =

e) $\frac{4}{9}$ =

f) $\frac{2}{9}$ =

g) $\frac{1}{2}$ =

h) $\frac{1}{3}$ =

i) $\frac{1}{4}$ =

j) $\frac{1}{5}$ =

l) $\frac{1}{8}$ =

m) $\frac{4}{6}$ =

6. Compare as frações, usando os símbolos < (menor) , > (maior) ou = (igual):

a) $\frac{1}{2}$ ____ $\frac{2}{4}$

b) $\frac{7}{5}$ ____ $\frac{5}{10}$

c) $\frac{3}{100}$ ____ $\frac{5}{100}$

d) $\frac{3}{4}$ ____ $\frac{2}{3}$

7. O que são frações equivalentes ?

8. O que é fração irredutível ?

9. Simplifique as frações abaixo, até ficarem irredutíveis.

a) $\frac{4}{8}$

b) $\frac{18}{42}$

c) $\frac{43}{21}$

d) $\frac{44}{54}$

10. Transforme os números abaixo em frações.

a) 4

b) 15

11. Determine a fração inversa de:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{7}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{4}$

12. Multiplique cada fração pela sua inversa.

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{5}$

13. Ao multiplicar uma fração pela sua inversa, o que você percebeu nas respostas?

14. Efetue as frações abaixo:

a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{4} + \frac{1}{7}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

d) $\frac{4}{5} - \frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$

f) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$

g) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$

h) $\frac{5}{7} \times \frac{6}{7}$

i) $\frac{1}{5} \div \frac{2}{3}$

j) $\frac{2}{4} : \frac{1}{3}$

l) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{5}}$

m) $2 : \frac{1}{4}$

15. Calcule:

a) $\frac{3}{7}$ *de* 210,00

b) $\frac{2}{8}$ *de* 320,00

c) $\frac{11}{15}$ *de* 1.050,00

d) $\frac{1}{17}$ *de* 510,00

e) $\frac{4}{9}$ *de* 10,00

f) $\frac{4}{4}$ *de* 800,00

16. Encontre o valor das frações:

a) $\frac{0}{7}$

b) $\frac{0}{6}$

c) $\frac{4}{0}$

d) $\frac{2}{0}$

e) $\frac{0}{0}$

17. Baseado no exercício anterior, por que o zero nunca pode ficar no denominador ?

18. O que é número misto ?

19. Reescreva os números mistos como frações.

INFORMAÇÕES EXTRAS:

a) $1\frac{1}{2}$

b) $2\frac{2}{5}$

c) $3\frac{1}{5}$

d) $2\frac{1}{0}$

20. Transforme as frações impróprias em números mistos:

a) $\frac{8}{3}$

b) $\frac{21}{2}$

c) $\frac{6}{4}$

d) $\frac{1}{4}$

21. Por que a fração $\frac{1}{4}$ não pôde ser transformada para número misto ?